

**Київський національний економічний університет  
ННІ Інститут інформаційних технологій в економіці  
Кафедра комп'ютерної математики та інформаційної безпеки  
Всеукраїнська студентська олімпіада з математики, I етап  
4 березня 2021**

**Категорія С  
(економічна кібернетика, економіка, менеджмент)**

1. Знайти всі матриці, що комутують з матрицею  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .

Нагадаємо, що дві матриці  $A$  і  $B$  комутують, якщо виконується рівність  $AB = BA$ .

2. Обчислити границю

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^n - n}{1 - x}$$

3. Відомо, що відстань між двома зупинками пішохід долає за 20 хвилин, а трамвай за 6. Трамваї ходять з інтервалом 30 хвилин. Пішохід підійшов до зупинки у випадковий момент часу і вирішив пройти до наступної зупинки. Яка ймовірність, що по дорозі його не наздожене трамвай?

4. Межа поля та лісу – пряма лінія. У полі на відстані 200м від лісу знаходиться заєць, а посередині між ним та лісом знаходиться вовк. Яка довжина найкоротшого прямого безпечного маршруту зайця, якщо відомо, що швидкість зайця вдвічі більша за швидкість вовка?

5. Знайти та побудувати область визначення функції  $z = \ln \frac{1-x^2-4y^2}{4x^2+y^2-1}$

6. Нехай  $A, B, C, D$  – послідовні сторони правильного дванадцятикутника. Виразити вектор  $\overrightarrow{CD}$  через вектори  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ .

7. Знайти геометричне місце точок, що розташовані від точки  $A(x_1; y_1)$  на відстані вдвічі більший ніж від точки  $B(x_2; y_2)$ .

8. Доцент на 24 роки старший від середнього віку учнів класу і на 22 роки старший від середнього віку учнів цього ж класу разом з ним. Скільки учнів навчається в класі?

**СПОДІВАЄМОСЬ НА ВАШУ АКАДЕМІЧНУ ДОБРОЧЕСНІСТЬ!**

**Київський національний економічний університет  
ННІ Інститут інформаційних технологій в економіці  
Кафедра комп'ютерної математики та інформаційної безпеки  
Всеукраїнська студентська олімпіада з математики  
4 березня 2021**

**Категорія Т  
(Комп'ютерні науки, кібербезпека, системний аналіз)**

1. Межа поля та лісу – пряма лінія. У полі на відстані 200м від лісу знаходиться заєць, а посередині між ним та лісом знаходиться вовк. Яка довжина найкоротшого прямого безпечного маршруту зайця, якщо відомо, що швидкість зайця вдвічі більша за швидкість вовка?

2. Знайти площу області визначення функції  
$$z = \arcsin(1 - y) + 2 \arcsin \frac{x}{y^2} + xy.$$

3. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} x_1 x_2 x_3 = x_1 + x_2 + x_3 \\ x_2 x_3 x_4 = x_2 + x_3 + x_4 \\ x_3 x_4 x_1 = x_3 + x_4 + x_1 \\ x_4 x_1 x_2 = x_4 + x_1 + x_2 \end{cases}$$

4. Павук з'єднав всі вісім вершин порожнистого куба з ребром 1,5 м. Дослідіть, чи могла довжина його павутини бути меншою від 10 м.

5. Обчислити 
$$\sqrt{4 + \sqrt{4^2 + \sqrt{4^4 + \sqrt{4^8 + \dots}}}}$$

6. Побудувати графік функції

$$y = 2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1 + x^2}$$

7. У першій групі 6 дівчат та 4 хлопців, а у другій 4 та 6 відповідно. Вибіркову дисципліну вивчають 10 осіб: 6 з першої групи та 4 з другої. Яка ймовірність того, що навмання вибрана особа, що вивчає вибіркову дисципліну – дівчина?

8. Довести тотожність

$$\begin{aligned} \sin x + 2 \sin 2x + 3 \sin 3x + \dots + n \sin nx &= \\ &= \frac{(n + 1) \sin nx - n \sin[(n + 1)x]}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \end{aligned}$$

**СПОДІВАЄМОСЬ НА ВАШУ АКАДЕМІЧНУ ДОБРОЧЕСНІСТЬ!**

## Інструкції

Підписати перший лист

ППП

Група

Спеціальність

Викладач

Категорія

Фото всіх розв'язків сформувати в один ПДФ файл

ОБОВ'ЯЗКОВО вказати в кінці роботи номери задач, які Ви не розв'язували. Так Ви допоможете пришвидшити підведення підсумків

Надіслати файл з роботою на електронну адресу

[mamonova@kneu.edu.ua](mailto:mamonova@kneu.edu.ua) до 4 березня 13-30

**СПОДІВАЄМОСЬ НА ВАШУ АКАДЕМІЧНУ ДОБРОЧЕСНІСТЬ!**